



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"



Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

Analisi Statica Lineare

Dott. Ing. Simone Beccarini

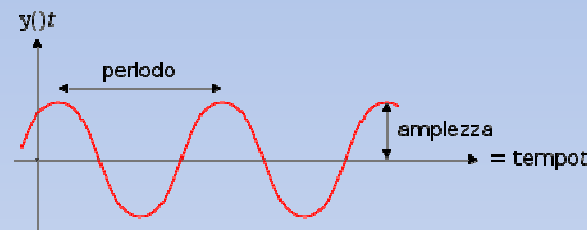
Email: sbeccarini@hotmail.it



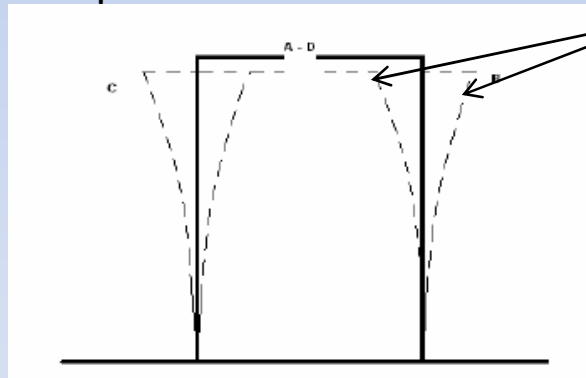
Analisi statica lineare

Cos'è il periodo di vibrazione?

Il Periodo **T**, inverso della frequenza, viene definito come il tempo impiegato per compiere un ciclo intero e viene misurato in **secondi**.



Per una struttura si tratta del tempo che occorre al fabbricato per fare un'oscillazione completa.



MODO DI VIBRARE

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Questa espressione del periodo considera la **massa** e la **rigidezza** della struttura.

Si può notare che il periodo della struttura non dipende dai carichi ma è una proprietà intrinseca della struttura!!

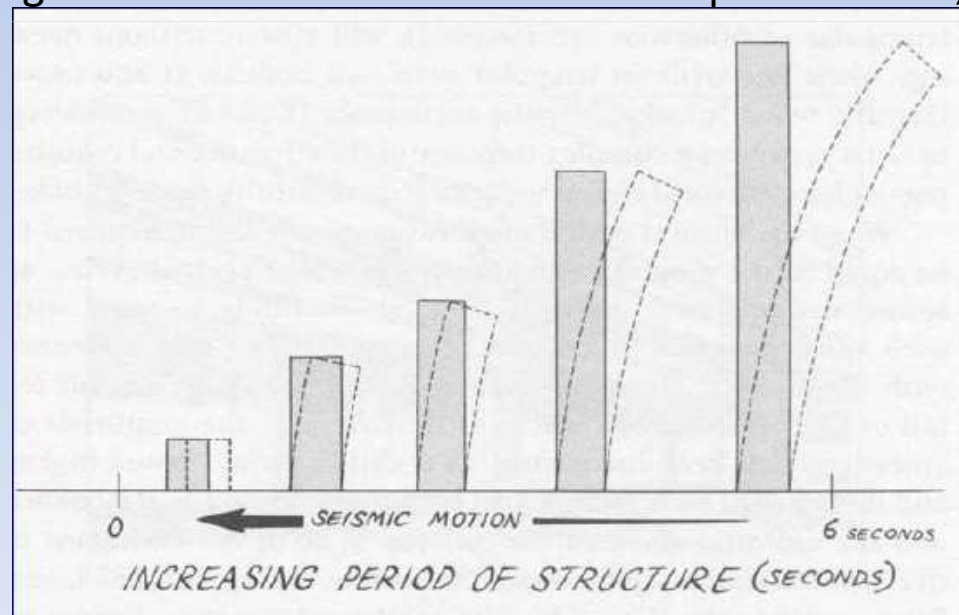


Analisi statica lineare

Cos'è il periodo di vibrazione?

Il modo di vibrare ed il relativo periodo dipendono principalmente dalla **FORMA DELLA COSTRUZIONE** (*distribuzione della massa*) e dalla **distribuzione e dimensione degli elementi resistenti** (*distribuzione della rigidità*)

- Edifici alti, snelli e flessibili si distinguono per avere periodi di vibrazione molto alti;
- Edifici bassi, tozzi e rigidi hanno oscillazioni contenute e periodi bassi;





Analisi statica lineare

7.3.3.2 Analisi lineare statica

L'analisi statica lineare consiste nell'applicazione di forze statiche equivalenti alle forze di inerzia indotte dall'azione sismica e può essere effettuata per costruzioni che rispettino i requisiti specifici riportati nei paragrafi successivi, a condizione che il periodo del modo di vibrare principale nella direzione in esame (T_1) non superi $2,5 T_C$ o T_D e che la costruzione sia regolare in altezza.

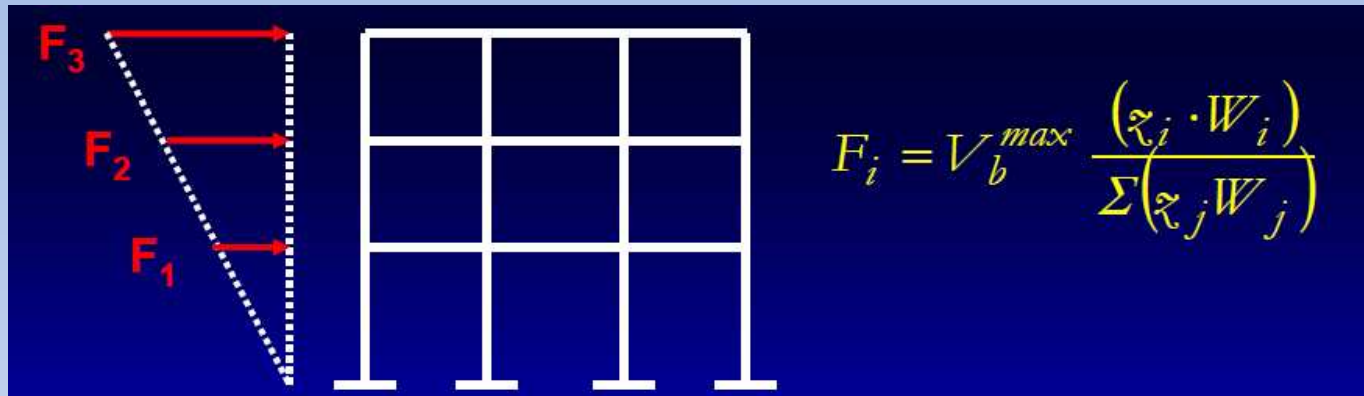
Per costruzioni civili o industriali che non superino i 40 m di altezza e la cui massa sia approssimativamente uniformemente distribuita lungo l'altezza, T_1 può essere stimato, in assenza di calcoli più dettagliati, utilizzando la formula seguente:

$$T_1 = C_1 \cdot H^{3/4} \quad (7.3.5)$$

dove: H è l'altezza della costruzione, in metri, dal piano di fondazione e C_1 vale 0,085 per costruzioni con struttura a telaio in acciaio, 0,075 per costruzioni con struttura a telaio in calcestruzzo armato e 0,050 per costruzioni con qualsiasi altro tipo di struttura.

L'entità delle forze si ottiene dall'ordinata dello spettro di progetto corrispondente al periodo T_1 e la loro distribuzione sulla struttura segue la forma del modo di vibrare principale nella direzione in esame, valutata in modo approssimato.

Analisi statica lineare



La forza da applicare a ciascuna massa della costruzione è data dalla formula seguente:

$$F_i = F_b \cdot z_i \cdot W_i / \sum_j z_j W_j \quad (7.3.6)$$

dove:

$$F_b = S_d(T_1) \cdot W \cdot \lambda / g$$

F_i è la forza da applicare alla massa i -esima;

W_i e W_j sono i pesi, rispettivamente, della massa i e della massa j ;

z_i e z_j sono le quote, rispetto al piano di fondazione (v. § 3.2.3.1), delle masse i e j ;

$S_d(T_1)$ è l'ordinata dello spettro di risposta di progetto definito al § 3.2.3.5;

Come si trova?

W è il peso complessivo della costruzione;

λ è un coefficiente pari a 0,85 se la costruzione ha almeno tre orizzontamenti e se $T_1 < 2T_c$, pari a 1,0 in tutti gli altri casi;

g è l'accelerazione di gravità.

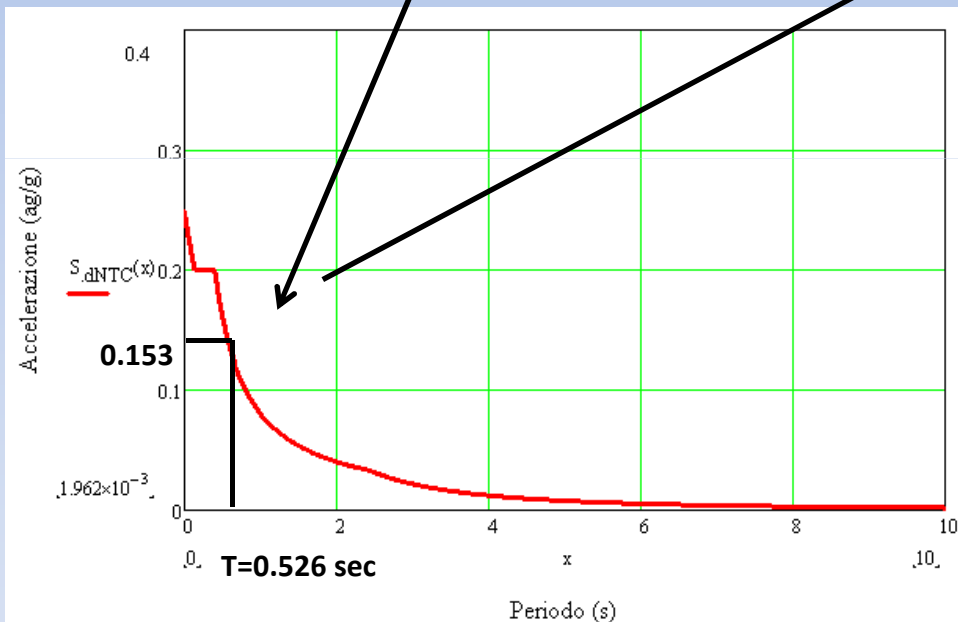


Analisi statica lineare

PERIODO DI RIFERIMENTO DELLA STRUTTURA:

$$H := 13.44 \text{ (m)} \quad C_1 := 0.075$$

$$T_1 := C_1 \cdot H^{\left(\frac{3}{4}\right)} = 0.526$$



CALCOLO DELLA FORZA DA APPLICARE AD OGNI MASSA:

$$W := 16438 \text{ kN}$$

Peso complessivo della costruzione;

$$\lambda := 0.85$$

Vale 0.85 se la struttura ha almeno 3 orizzontamenti ($T_1 < 2T_c$);
1 negli altri casi

$$F_h := S_{dNTC}(T_1) \cdot W \cdot \lambda = 2.138 \times 10^3 \text{ kN}$$

$$F_i = F_h \cdot z_i \cdot W_i / \sum_j z_j W_j$$

$$W_1 := 1216.76 \text{ kN}$$

$$W_2 := 3321.845 \text{ kN}$$

$$W_3 := 3766.032 \text{ kN}$$

$$W_4 := 8134 \text{ kN}$$

$$z_1 := 13.2 \text{ m}$$

$$z_2 := 10.7 \text{ m}$$

$$z_3 := 7.5 \text{ m}$$

$$z_4 := 4.3 \text{ m}$$

$$F_1 = F_h \cdot \frac{W_1 \cdot z_1}{(z_1 \cdot W_1 + z_2 \cdot W_2 + z_3 \cdot W_3 + z_4 \cdot W_4)} = 299.059 \text{ kN}$$

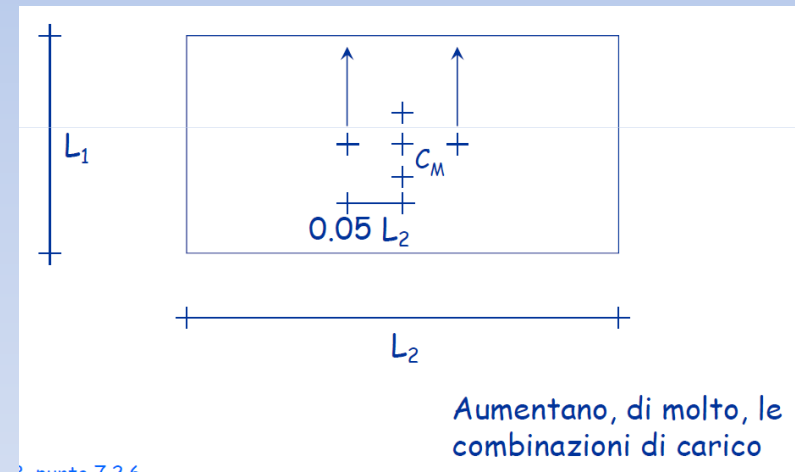
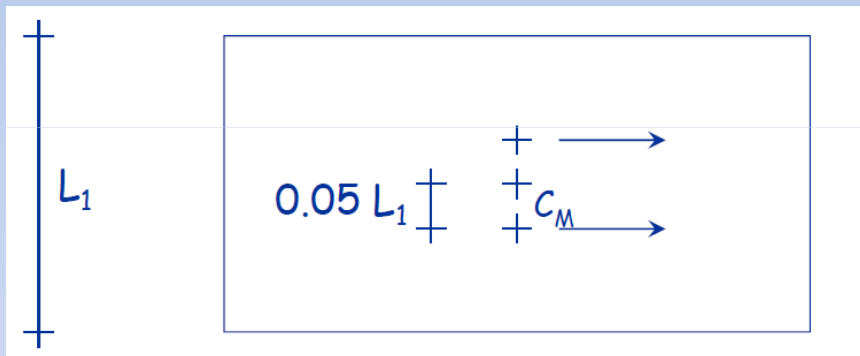
$$F_2 = F_h \cdot \frac{W_2 \cdot z_2}{(z_1 \cdot W_1 + z_2 \cdot W_2 + z_3 \cdot W_3 + z_4 \cdot W_4)} = 661.822 \text{ kN}$$

$$F_3 = F_h \cdot \frac{W_3 \cdot z_3}{(z_1 \cdot W_1 + z_2 \cdot W_2 + z_3 \cdot W_3 + z_4 \cdot W_4)} = 525.925 \text{ kN}$$

$$F_4 = F_h \cdot \frac{W_4 \cdot z_4}{(z_1 \cdot W_1 + z_2 \cdot W_2 + z_3 \cdot W_3 + z_4 \cdot W_4)} = 651.255 \text{ kN}$$

Analisi statica lineare

Per tenere conto della variabilità spaziale del moto sismico, nonché di eventuali incertezze nella localizzazione delle masse, al centro di massa deve essere attribuita una eccentricità accidentale rispetto alla sua posizione quale deriva dal calcolo. Per i soli edifici ed in assenza di più accurate determinazioni l'eccentricità accidentale in ogni direzione non può essere considerata inferiore a 0,05 volte la dimensione dell'edificio misurata perpendicolarmente alla direzione di applicazione dell'azione sismica. Detta eccentricità è assunta costante, per entità e direzione, su tutti gli orizzontamenti.





Analisi statica lineare

Nel caso di analisi statica lineare su modelli spaziali bisognerà quindi tenere in conto sia l'eccentricità accidentale $e=0.05 \cdot L$, sia quella effettiva fra centro di massa e centro di rigidezza (implicita nel metodo di analisi). Ciò può essere fatto procedendo per ciascun piano i della struttura, nel caso di solai rigidi nel piano, nel seguente modo:

1. Si considera l'azione sismica agente nella direzione principale x e si calcola la forza statica equivalente:

$$F_i = F_h \cdot z_i \cdot W_i / \sum_j z_j W_j$$

e i momenti di eccentricità: $M_{ix}(+) = F_i \cdot e_{iy}$ e $M_{ix}(-) = F_i \cdot (-e_{iy})$

Si combinano gli effetti dei momenti con gli effetti della rispettiva forza statica equivalente applicata nel baricentro:

$$E_{ix}(+) = F_i + M_{ix}(+) \quad \text{e} \quad E_{ix}(-) = F_i + M_{ix}(-)$$

2. Si considera l'azione sismica agente nella direzione principale y e si calcola la forza statica equivalente:

e i momenti di eccentricità: $M_{iy}(+) = F_i \cdot e_{ix}$ e $M_{iy}(-) = F_i \cdot (-e_{ix})$

Si combinano gli effetti dei momenti con gli effetti della rispettiva forza statica equivalente applicata nel baricentro:

$$E_{iy}(+) = F_i + M_{iy}(+) \quad \text{e} \quad E_{iy}(-) = F_i + M_{iy}(-)$$

3. Si combinano gli involucri **E_{ix}** e **E_{iy}** secondo le indicazioni della normativa.



Analisi statica lineare

Combinazioni di carico

- Combinazione fondamentale, generalmente impiegata per gli stati limite ultimi (SLU):

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_P \cdot P + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots \quad (2.5.1)$$

- Combinazione sismica, impiegata per gli stati limite ultimi e di esercizio connessi all'azione sismica E (v. § 3.2):

$$E + G_1 + G_2 + P + \psi_{21} \cdot Q_{k1} + \psi_{22} \cdot Q_{k2} + \dots \quad (2.5.5)$$

7.3.5 RISPOSTA ALLE DIVERSE COMPONENTI DELL'AZIONE SISMICA ED ALLA VARIABILITÀ SPAZIALE DEL MOTO

Se la risposta viene valutata mediante analisi statica o dinamica in campo lineare, essa può essere calcolata separatamente per ciascuna delle tre componenti; la risposta a ciascuna componente, ove necessario (v. § 3.2.5.1), è combinata con gli effetti pseudo-statici indotti dagli spostamenti relativi prodotti dalla variabilità spaziale della componente stessa, utilizzando la radice quadrata della somma dei quadrati. Gli effetti sulla struttura (sollecitazioni, deformazioni, spostamenti, ecc.) sono combinati successivamente, applicando la seguente espressione:

$$1,00 \cdot E_x + 0,30 \cdot E_y + 0,30 \cdot E_z \quad (7.3.15)$$

con rotazione dei coefficienti moltiplicativi e conseguente individuazione degli effetti più gravosi.

Analisi statica lineare

Quante combinazioni di carico?

In presenza di sisma:

- 1 • carico verticale con valore ridotto ($g_k + \psi_2 q_k$) su tutte le campate di trave
- 2 • forze sismiche (statiche o modali) in direzione x / y
- 4 • verso delle forze sismiche: positivo / negativo
- 8 • eccentricità accidentale: positiva / negativa
- 16 • forze in una direzione più 0.3 forze nell'altra direzione, prese col segno: positivo / negativo
- 32 • eccentricità nell'altra direzione: positiva / negativa

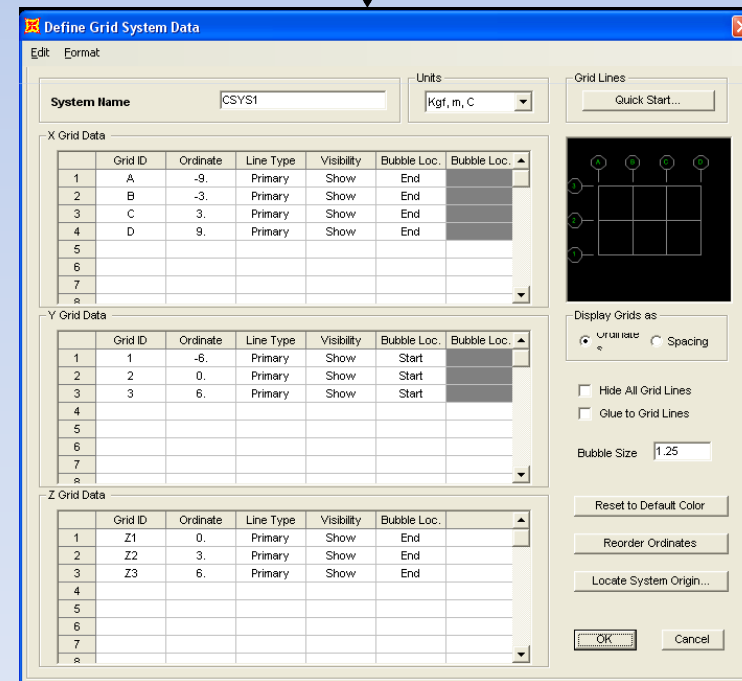
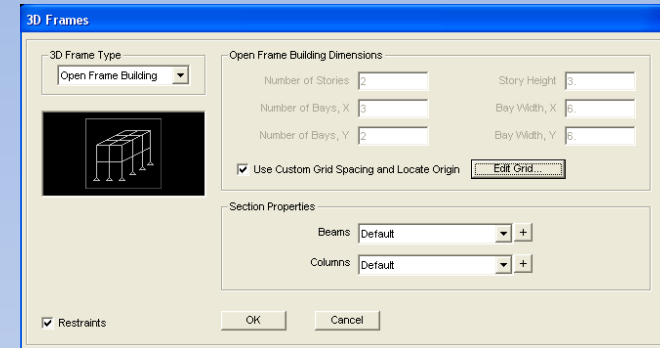
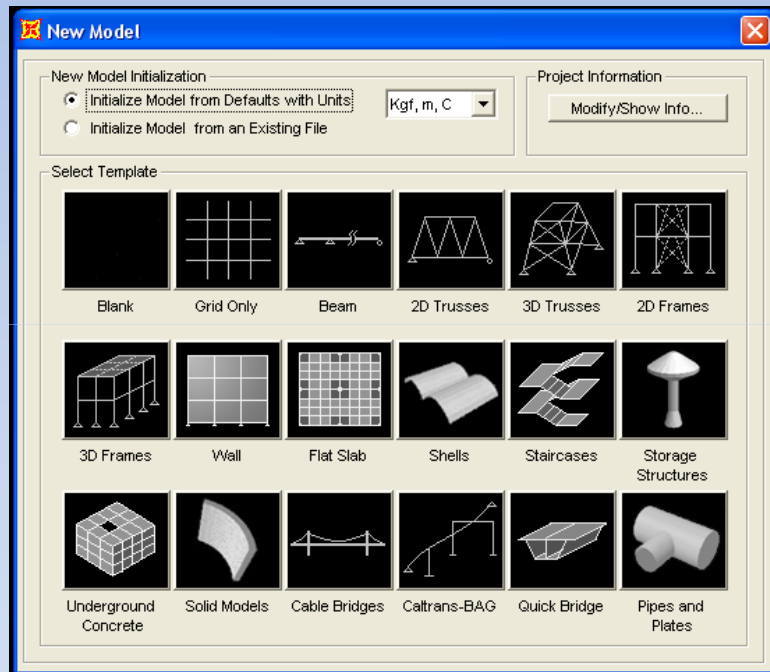
Analisi statica lineare

Azione sismica principale	segno	eccentricità	Azione sismica secondaria	eccentricità	N° comb.
E_x	+	$+ e_y$	$+ 0.3 E_y$	$+ e_x$	1
			$- 0.3 E_y$	$- e_x$	2
		$- e_y$	$+ 0.3 E_y$	$+ e_x$	3
			$- 0.3 E_y$	$- e_x$	4
			$+ 0.3 E_y$	$+ e_x$	5
			$- 0.3 E_y$	$- e_x$	6
			$+ 0.3 E_y$	$+ e_x$	7
			$- 0.3 E_y$	$- e_x$	8
	-	$+ e_y$	$+ 0.3 E_y$	$+ e_x$	9
			$- 0.3 E_y$	$- e_x$	10
		$- e_y$	$+ 0.3 E_y$	$+ e_x$	11
			$- 0.3 E_y$	$- e_x$	12
			$+ 0.3 E_y$	$+ e_x$	13
			$- 0.3 E_y$	$- e_x$	14
			$+ 0.3 E_y$	$+ e_x$	15
			$- 0.3 E_y$	$- e_x$	16
E_y	+	$+ e_x$	$+ 0.3 E_x$	$+ e_y$	17
			$- 0.3 E_x$	$- e_y$	18
		$- e_x$	$+ 0.3 E_x$	$+ e_y$	19
			$- 0.3 E_x$	$- e_y$	20
			$+ 0.3 E_x$	$+ e_y$	21
			$- 0.3 E_x$	$- e_y$	22
			$+ 0.3 E_x$	$+ e_y$	23
			$- 0.3 E_x$	$- e_y$	24
	-	$+ e_x$	$+ 0.3 E_x$	$+ e_y$	25
			$- 0.3 E_x$	$- e_y$	26
		$- e_x$	$+ 0.3 E_x$	$+ e_y$	27
			$- 0.3 E_x$	$- e_y$	28
			$+ 0.3 E_x$	$+ e_y$	29
			$- 0.3 E_x$	$- e_y$	30
			$+ 0.3 E_x$	$+ e_y$	31
			$- 0.3 E_x$	$- e_y$	32



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"

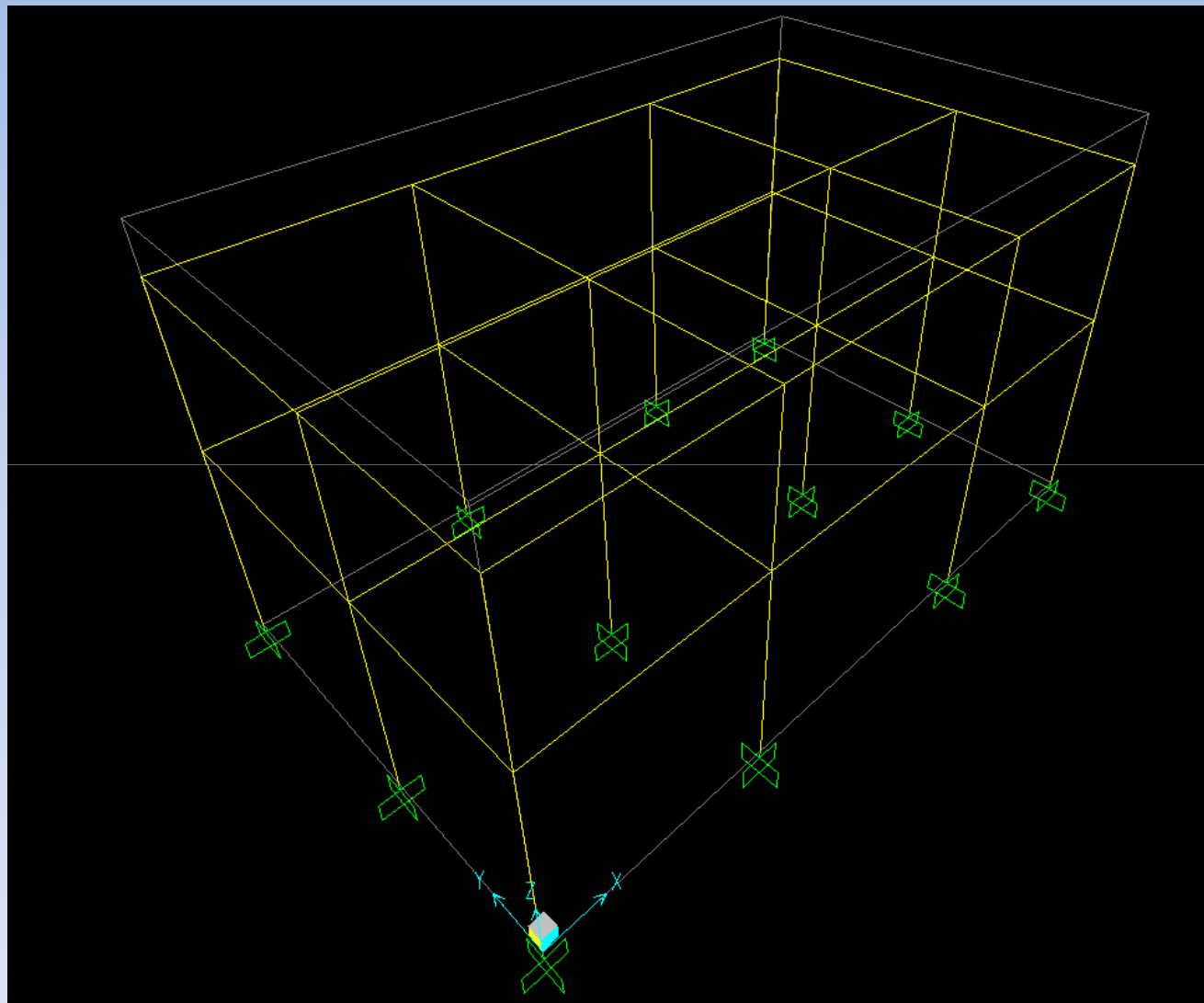
Analisi statica lineare – SAP2000





UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"

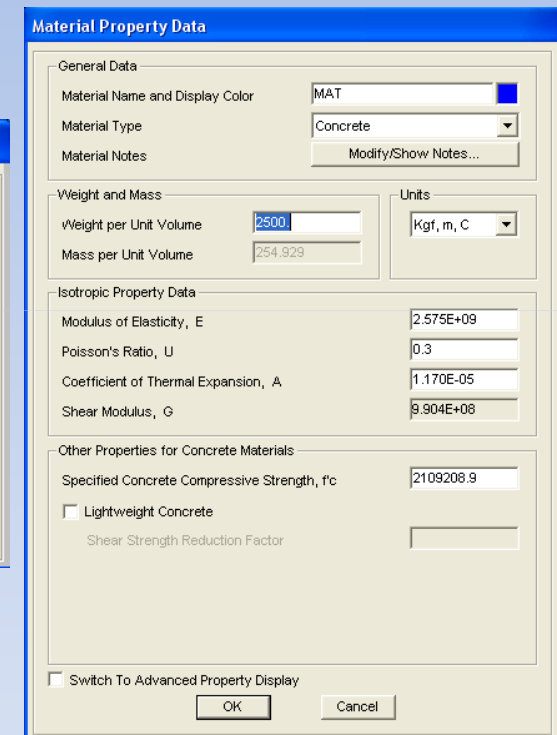
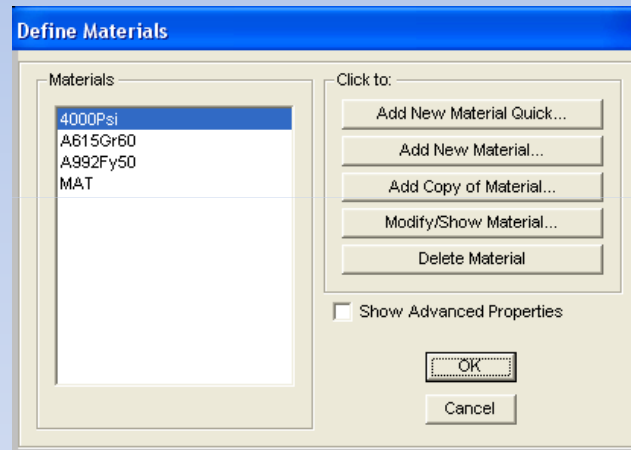
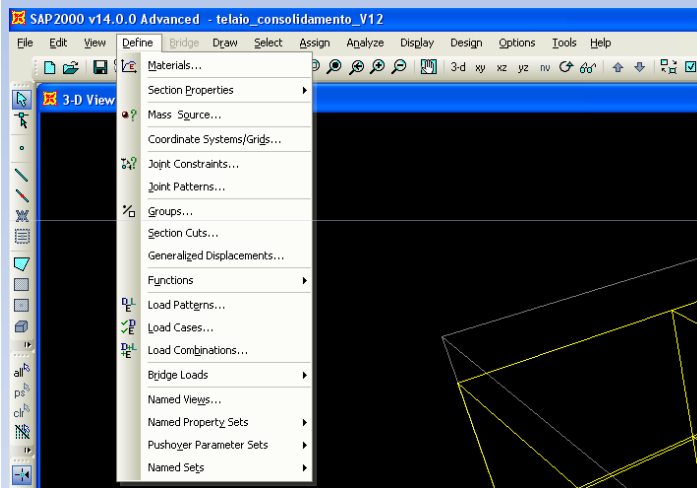
Analisi statica lineare – SAP2000



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi statica lineare – SAP2000

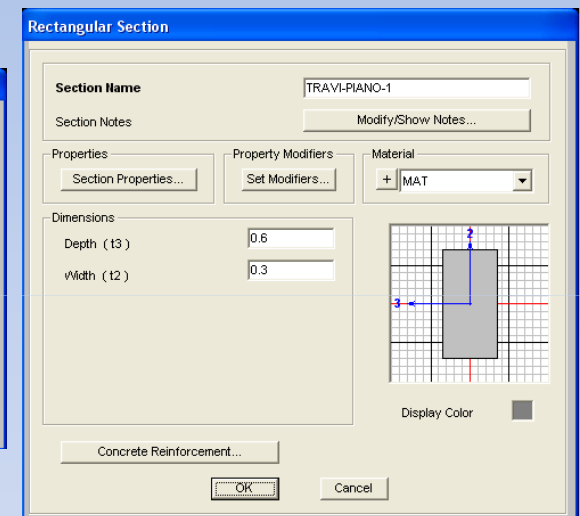
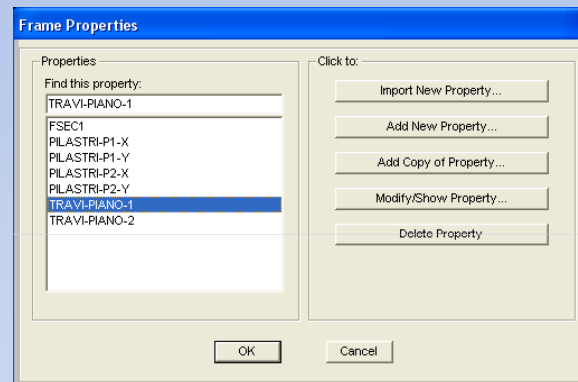
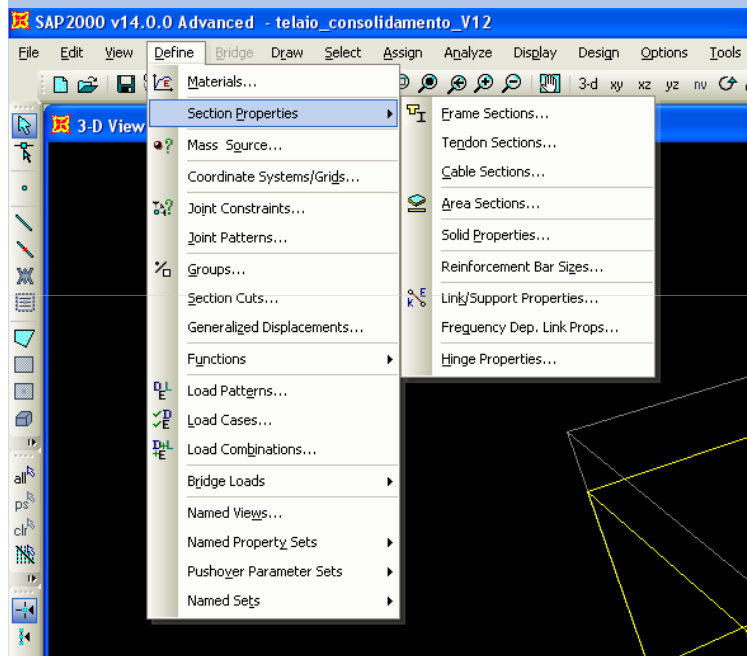
- Inserisco i materiali: Define -- Materials



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi statica lineare – SAP2000

- Inserisco le sezioni: Define -- Section Properties



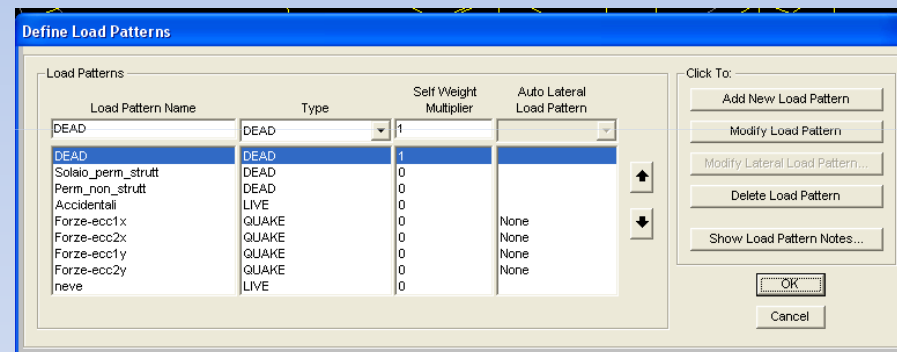
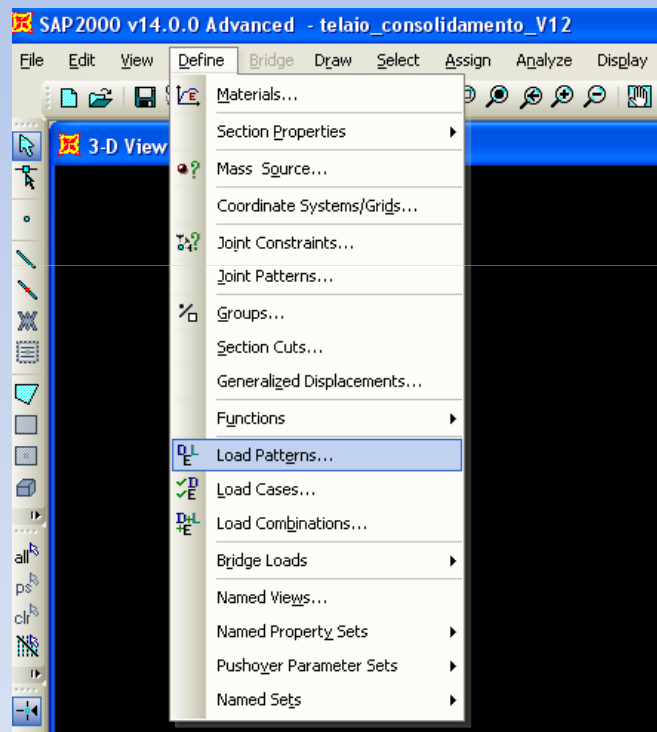


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi statica lineare – SAP2000



- Inserisco i modelli di carico: Define – Define Load Patterns



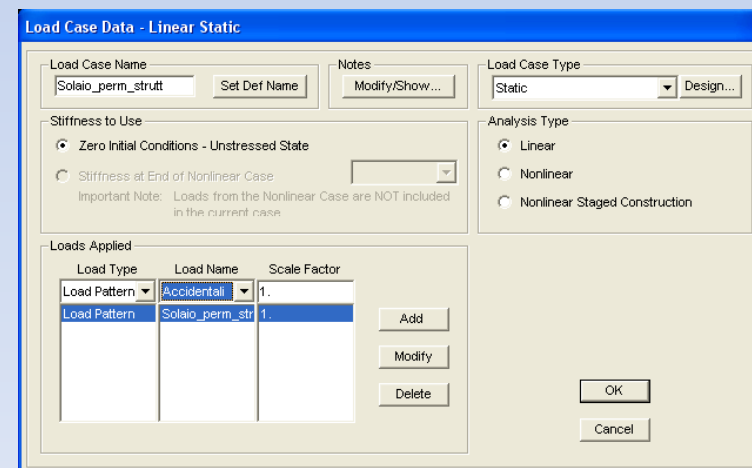
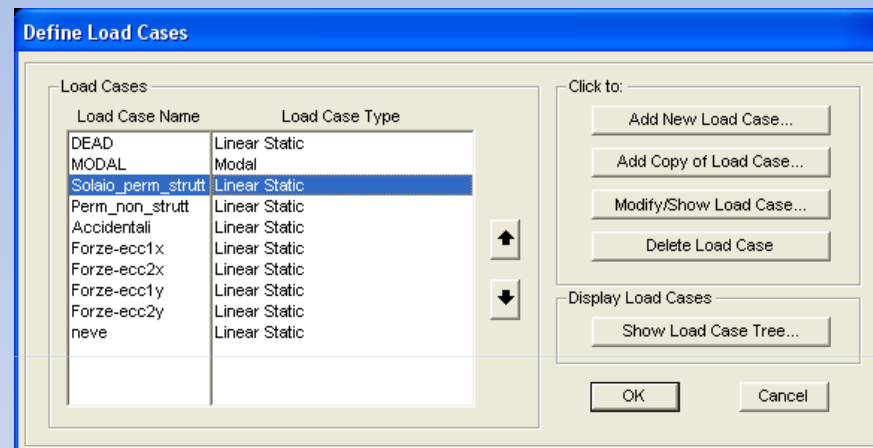
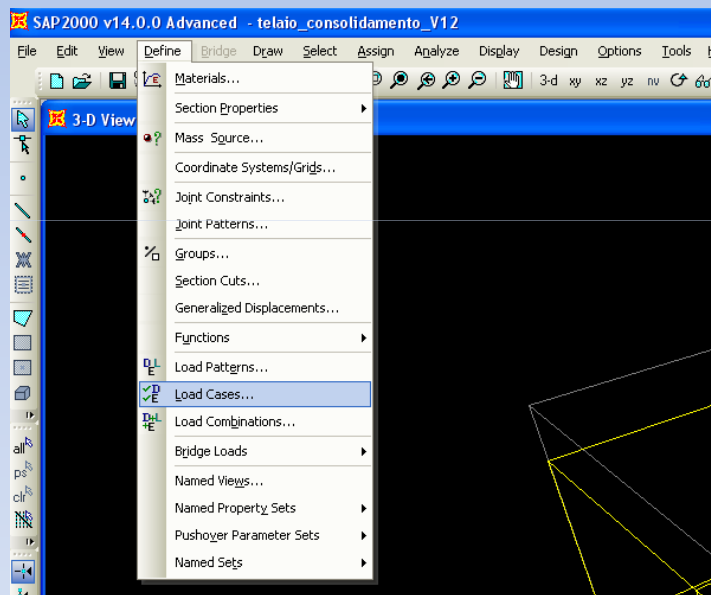


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi statica lineare – SAP2000



- Inserisco i casi di carico: Define -- Load Cases



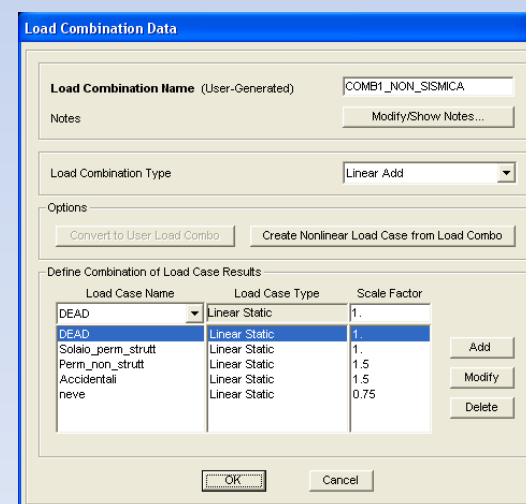
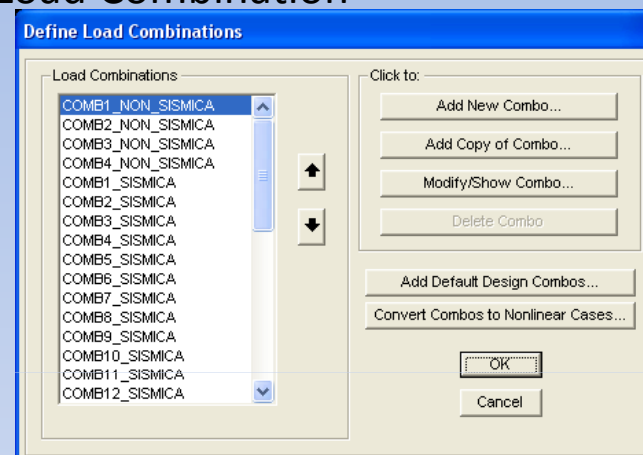
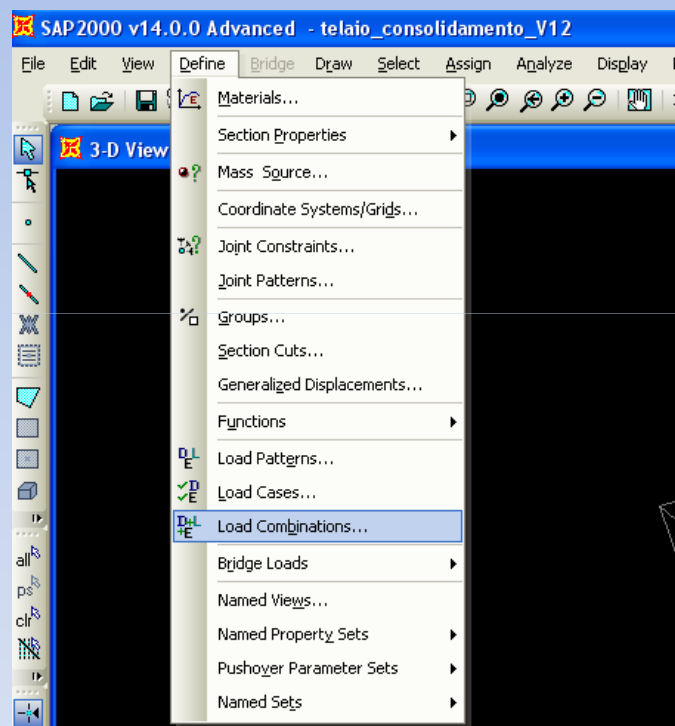


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi statica lineare – SAP2000



- Inserisco le combinazioni di carico: Define -- Load Combination



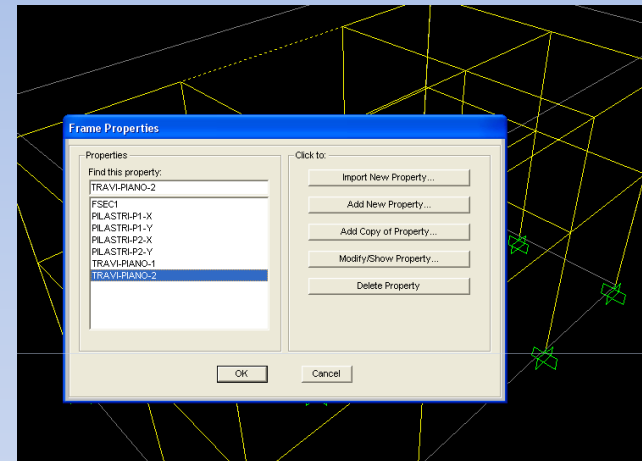
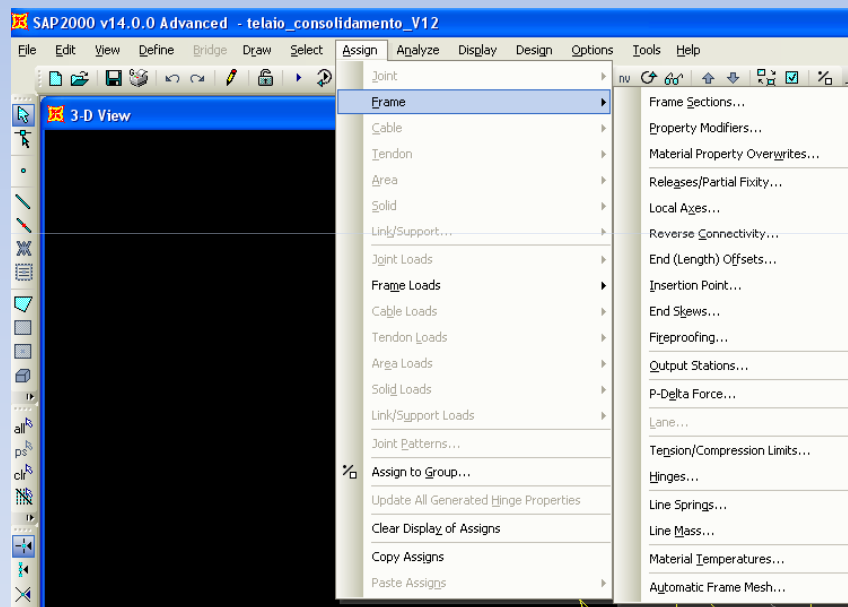


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"

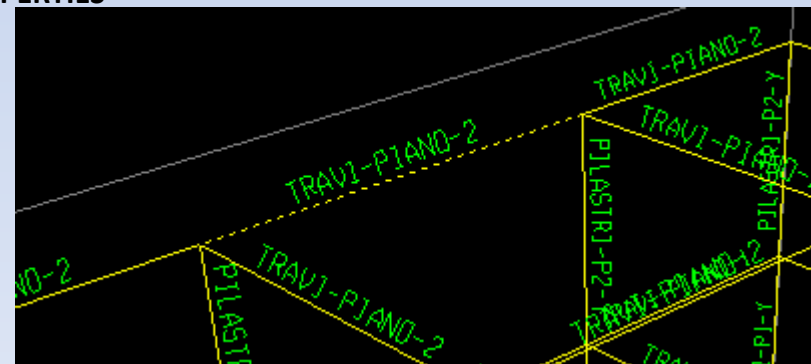
Analisi statica lineare – SAP2000



- Dopo aver definito materiali, casi di carico e combinazioni devo passare ad assegnare queste proprietà agli elementi. Quindi **seleziono l'elemento** considerato e vado su **Assign**



- Per controllare che effettivamente abbia assegnato questa proprietà occorre andare su **DISPLAY – SHOW MISC ASSIGN – FRAME – SECTION PROPERTIES**



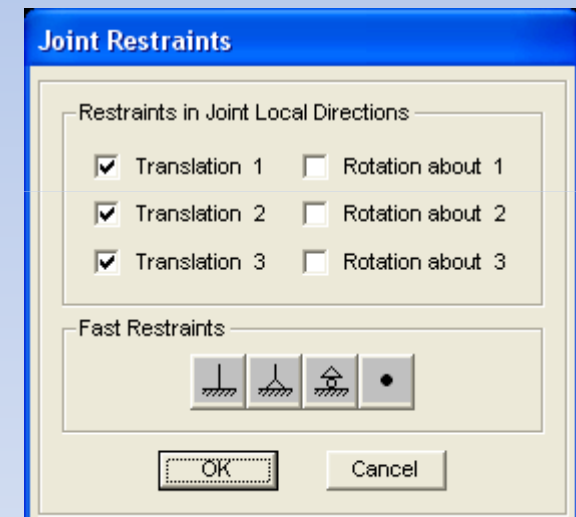
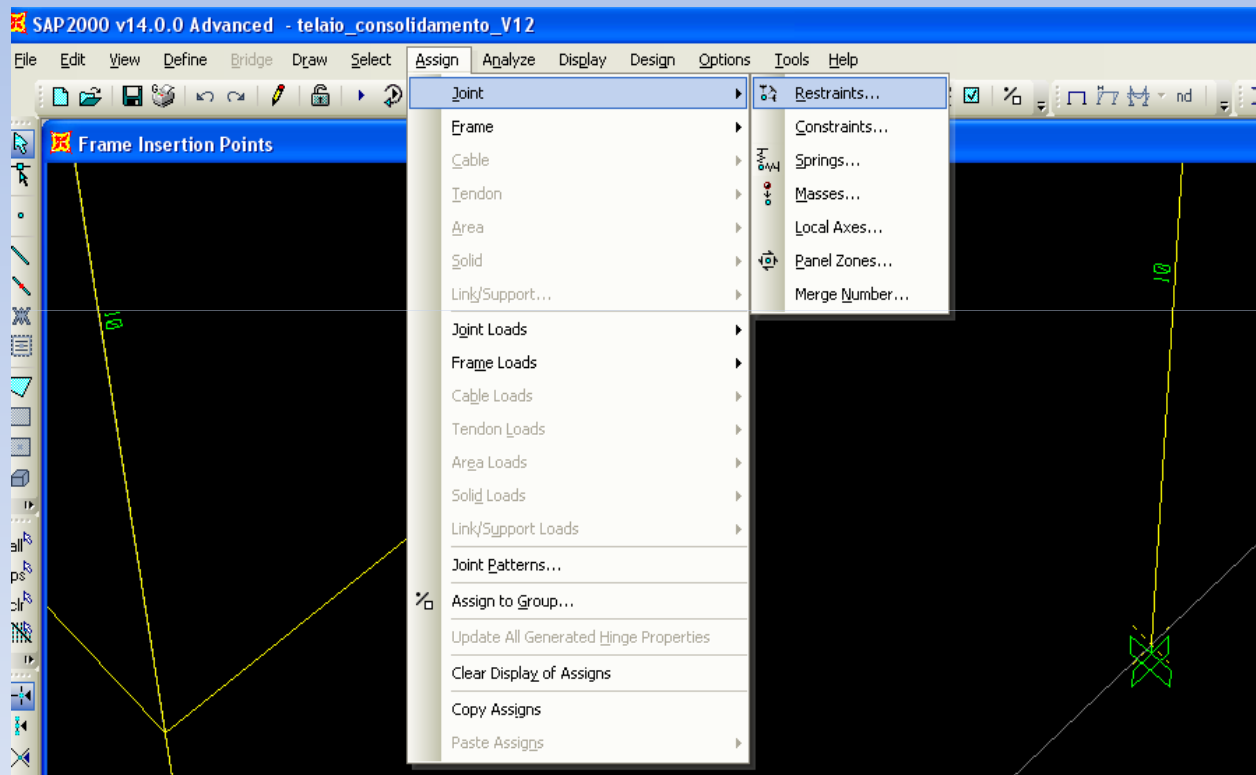


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi statica lineare – SAP2000



- Assegnare un VINCOLO. Prima di tutto cliccare sul nodo da vincolare...





UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"



Analisi statica lineare – SAP2000

- Assegnare un **PIANO RIGIDO**.

Negli edifici i solai svolgono un ruolo fondamentale durante l'evento sismico. Ad essi è affidato il compito di ridistribuire le forze di inerzia indotte dal sisma sugli elementi verticali e di assicurare che gli elementi resistenti collaborino nel sopportare l'azione orizzontale. Per fare questo un solaio deve avere **resistenza** e **rigidezza**.

Una sufficiente rigidezza nel piano dei solai, tale da permettere loro di comportarsi da diaframmi rigidi, è generalmente auspicabile in quanto permette di distribuire le forze orizzontali proporzionalmente alle rigidezze degli elementi verticali e quindi utilizzare ipotesi semplificative per la modellazione.

L'infinita rigidezza rende lecito considerare masse e momenti di inerzia di ciascuno orizzontamento concentrati nel **centro di massa** riducendo i gradi di libertà nel piano a 3 (due traslazioni orizzontali ed una rotazione attorno all'asse verticale.)

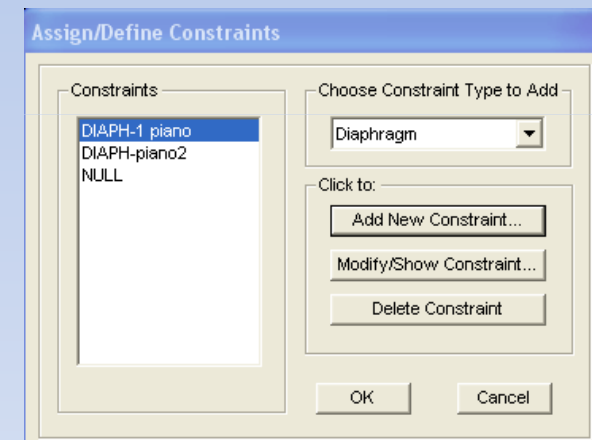
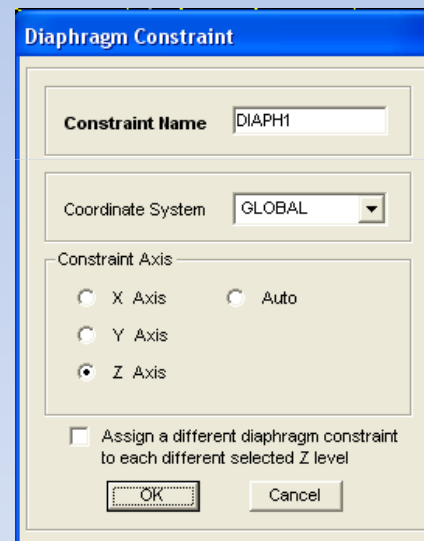
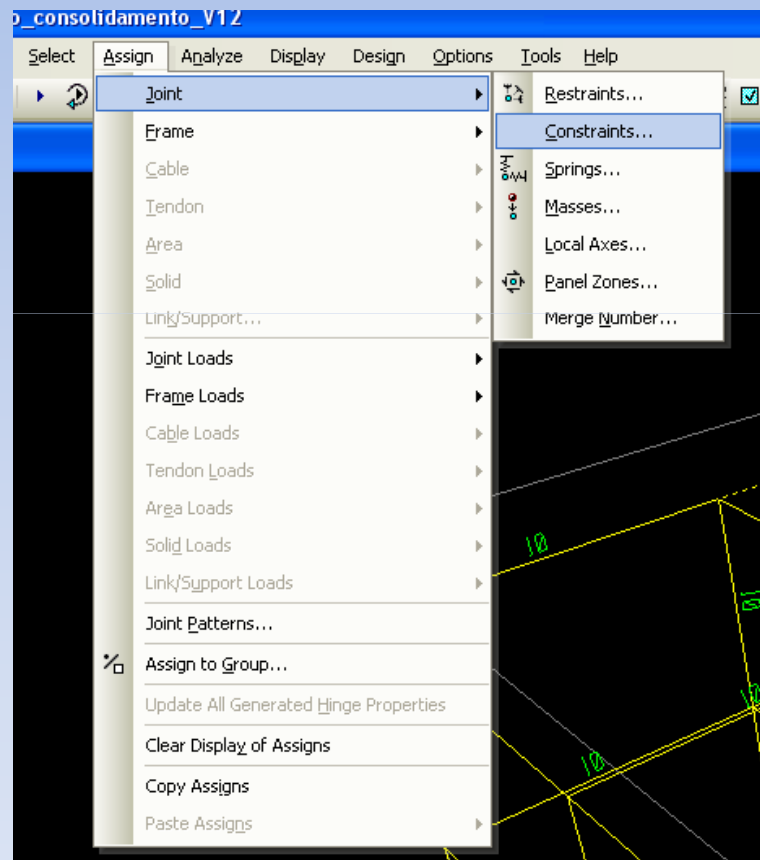


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi statica lineare – SAP2000



- Assegnare un **PIANO RIGIDO**. Selezioniamo tutti punti del piano che deve essere considerato rigido.....





UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"

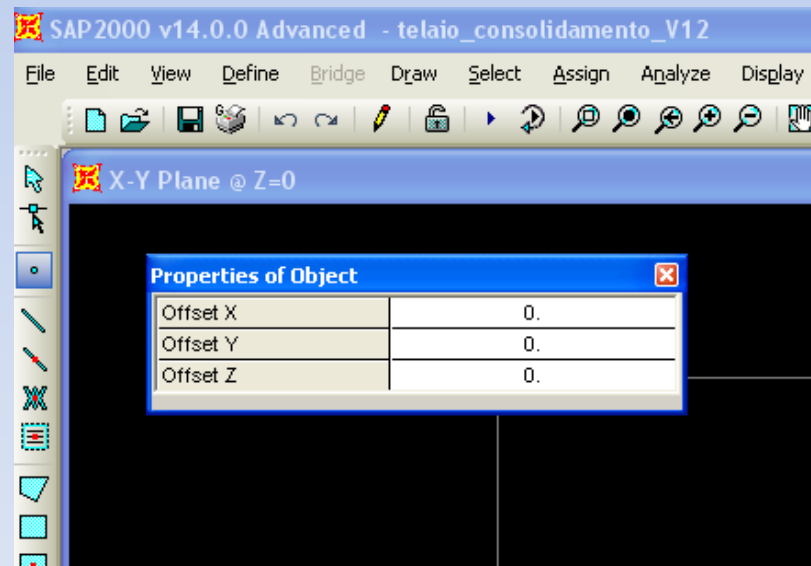
Analisi statica lineare – SAP2000



- Assegnare un **PIANO RIGIDO**. Selezioniamo tutti punti del piano che deve essere considerato rigido.....
- Ora dobbiamo definire il **CENTRO DI MASSA**, a cui assegneremo la massa dell'impalcato e le forze orizzontali dell'analisi statica lineare.

In sostanza devo definire manualmente un nodo che rappresenti il centro di massa dell'impalcato e vincolarlo nel diaframma rigido insieme a tutti i nodi di piano!

Per definire un nodo:





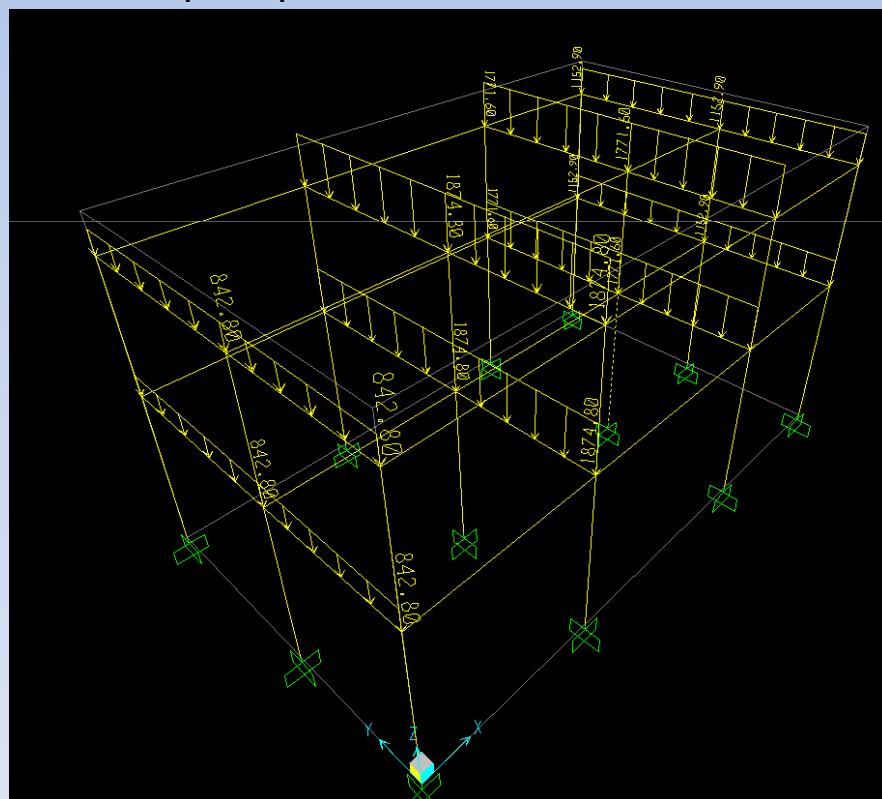
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi statica lineare – SAP2000



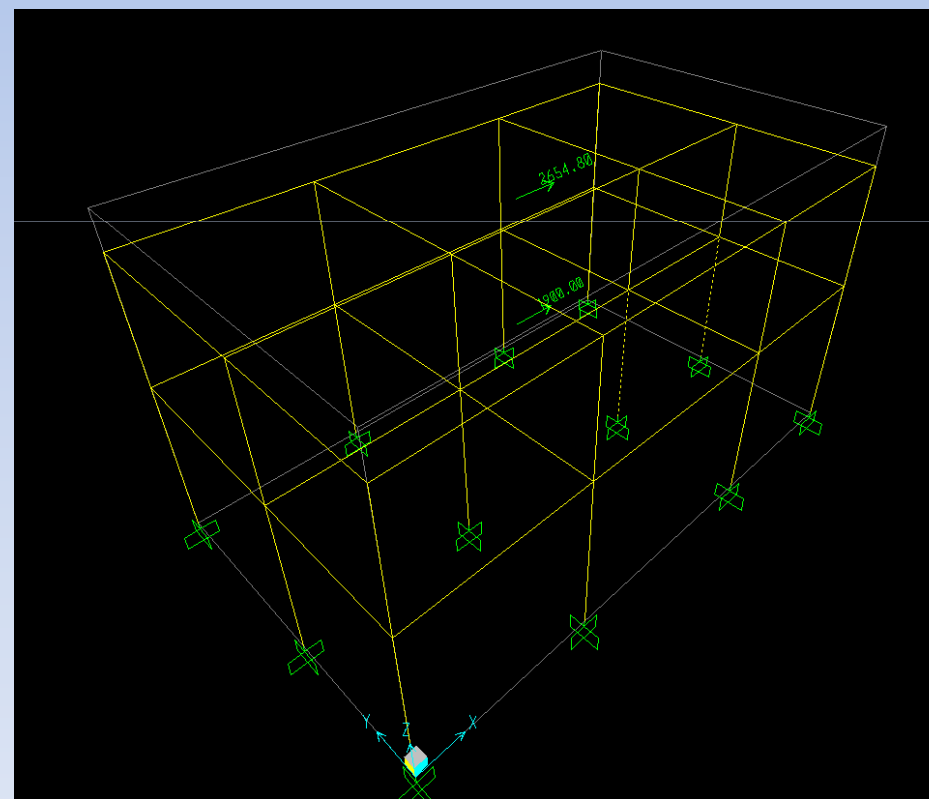
- A questo punto devo assegnare ad ogni elemento i carichi verticali che gli gravitano sopra ricavati dall'analisi dei carichi, utilizzando il tasto **Assign**.

Ad esempio i permanenti del solaio



e

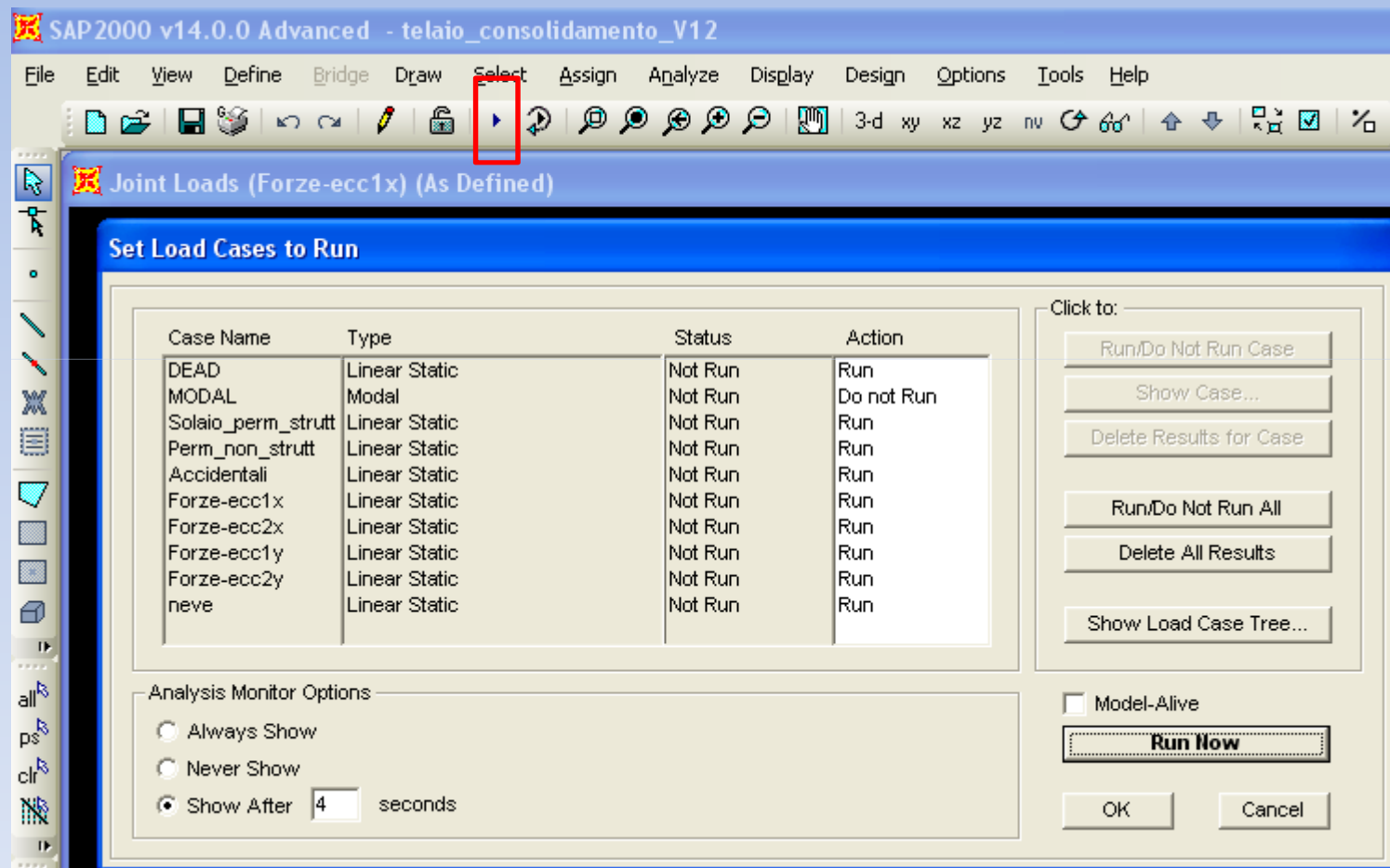
le forze sismiche laterali



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi statica lineare – SAP2000

Terminata la fase di input, faccio girare il programma con il tasto **RUN**





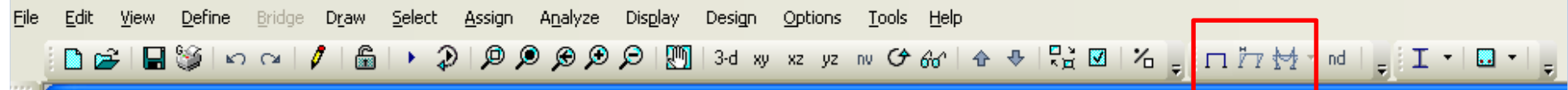
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi statica lineare – SAP2000



Raccolgo i dati dell'analisi: per avere una rappresentazione a video dei risultati....

SAP2000 v14.0.0 Advanced - telaio_consolidamento_V12



....per averli in forma tabellare e riutilizzarli su Excel:

